

1. Rozwiązać

(a)  $y'' = (y')^2$ .

(b)  $xy'' + y' = x$ .

(c)  $xy'' - y' = e^x x^2$ .

(d)  $x^3 y'' + x^2 y' = 1, y(1) = 1, y'(1) = 1$ .

2. Rozwiązać.

(a)  $(y + 1)y'' = (y')^2, y(0) = 0, y'(0) = 1$ .

(b)  $y'' = (y')^2 - 2y, y(0) = 0, y'(0) = 1$ .

(c) W belkę o grubości 12 cm wchodzi prostopadle kula z prędkością  $200m/s$ , a po przebiciu wylatuje z prędkością  $60m/s$ . Siła hamująca ruch kuli w belce jest wprost proporcjonalna do kwadratu jej prędkości. Znaleźć czas przelotu kuli przez belkę.

3. Znaleźć równania różniczkowe jednorodnie liniowe postaci  $y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$ , których układy fundamentalne na zadanych przedziałach składają się z podanych funkcji.

(a)  $y_1(x) = \sin x, y_2(x) = \cos, x \in \mathbb{R}$ .

(b)  $y_1(x) = \frac{1}{x}, y_2(x) = \frac{1}{x^2}, x \in (-\infty, 0)$ .

(c)  $y_1(x) = \arcsin x, y_2(x) = \arccos x, x \in (-1, 1)$ .

4. Rozwiązać.

(a)  $y'' - 4y' + 3y = 0, y(0) = 7, y'(0) = 16$ .

(b)  $4y'' - 4y' + y = 0, y(1) = 0, y'(1) = 1$ .

(c)  $y'' - 6y' + 25y = 0, y(0) = 1, y'(0) = 1$ .

(d)  $y'' + 100y = 0, y(0) = 1, y'(0) = 10$ .

Odpowiedzi.

1. (a)  $y(x) = C_2 - \ln|x + C_1|$ .

(b)  $y(x) = C_1 e^{-x} + C_2 + \frac{1}{2}(x - 1)^2$ .

(c)  $y(x) = e^x(x - 1) + C_1 x^2 + C_2$ .

(d)  $y(x) = 2 \ln x + \frac{1}{x}$ .

2. (a)  $y(x) = e^x - 1$ .

(b)  $y(x) = \frac{1}{2}x^2 + x$ .

(c) Ok.  $11 \cdot 10^{-4}$  sek.

3. (a)  $y'' + y = 0$ .

(b)  $x^2y'' + 4xy' + 2y = 0$ .

(c)  $(x^2 - 1)y'' + xy' = 0$ .

4. (a)  $y(x) = 2, 5e^x + 4, 5e^{3x}$ .

(d)  $y(x) = \sin 10x + \cos 10x$ .